ALGUMAS DEFINIÇÕES SOBRE GRAFOS (última atualização: 2016-09-22)

REFERÊNCIAS: http://en.wikipedia.org/wiki/Glossary_of_graph_theory
http://diestel-graph-theory.com/basic.html ("1. The Basics")

==

* GRAFO NÃO-DIRECIONADO: um par $G = (V,E)$ tal que V é finito e $E \subseteq \{ \{u,v\} : u,v \in V \text{ e } u \,!\!= v \}$.

* GRAFO DIRECIONADO: um par $G = (V,E)$ tal que V é finito e $E \subseteq \{ (u,v) : u,v \in V \text{ e } u \,!\!= v \}$.

* VÉRTICE, ARESTA, ORIGEM, DESTINO: se $G = (V,E)$ é um grafo, então os elementos de V são os vértices de G, e os elementos de E são as arestas de G. Além disso, se G é um grafo direcionado e $(u,v) \in E$, então "u" é a origem de (u,v) e "v" é o destino dessa aresta. Arestas de grafos direcionados são também chamadas de ARCOS.

* VIZINHANÇA: se $G = (V,E)$ é um grafo e $u,v \in V$, então "u" e "v" são vizinhos sse "u" e "v" formam uma aresta em G, isto é, sse $\{u,v\} \in E$ (se G é não-direcionado) ou $(u,v) \in E$ (se G é direcionado). Além disso, a vizinhança ABERTA de um vértice "u" é o conjunto $N(u)$ dos vizinhos de "u", e a vizinhança FECHADA de "u" é o conjunto $N[u] = N(u) \text{ U } \{u\}$.

* SUBGRAFO: se $G = (V,E)$ e $G' = (V',E')$ são grafos, então G é subgrafo de G' se e somente se $V \subseteq V'$ e $E \subseteq E'$.

* SUBGRAFO GERADOR: $G = (V,E)$ é subgrafo gerador de $G' = (V',E')$ se G é subgrafo de G' e $V = V'$.

* SUBGRAFO INDUZIDO POR VÉRTICES: se $G = (V,E)$ é um grafo e $U \subseteq V$, então o subgrafo de G induzido por U é o grafo $G[U] = (U,D)$, onde D é o conjunto das arestas de G que tem ambas as extremidades em U.

* SUBGRAFO INDUZIDO POR ARESTAS: se $G = (V,E)$ é um grafo e $D \subseteq E$, então o subgrafo de G induzido por D é o grafo $G[D] = (U,D)$, onde U é o conjunto das extremidades das arestas em D.

* PASSEIO ("WALK"): se $G = (V,E)$ é um grafo não-direcionado, então um passeio em G é uma sequência $< v_1\ v_2\ \dots\ v_k >$ de vértices de G tal que $k >= 1$ e tal que $\{ v_i , v_{i+1} \} \in E$ para todo i. Tal sequência é também chamada de um "passeio DE v_1 A v_k" (em G).

* TRILHA ("TRAIL"): é um passeio sem arestas repetidas.

* CAMINHO ("PATH"): é um passeio sem vértices repetidos (logo, todo caminho também é uma trilha).

* CAMINHO HAMILTONIANO: caminho que passa por todos os vértices do grafo.

* CICLO: se $G = (V,E)$ é um grafo não-direcionado, então um ciclo em G é uma sequência de vértices $< v_1\ v_2\ v_3\ \dots\ v_k >$:
  (1) tal que $v_k = v_1$,
  (2) sem repetições além daquela do primeiro e do último vértices,
  (3) que envolva pelo menos 3 vértices distintos ($k >= 4$), e
  (4) tal que $\{ v_i , v_{i+1} \} \in E$ para todo i.

* CICLO HAMILTONIANO: ciclo que passa por todos os vértices do grafo.

* PASSEIO / TRILHA / CAMINHO / CICLO DIRECIONADOS: passeios, trilhas, caminhos e ciclos são definidos em grafos direcionados de forma análoga, exceto que:

  (1) a exigência "{ v_i , v_{i+1} } ∈ E para todo i" é substituída pela exigência "(v_i , v_{i+1}) ∈ E para todo i" – ou seja, as arestas são direcionadas e todas devem estar "no mesmo sentido, de v_1 a v_k".

  (2) no caso dos ciclos, a restrição de pelo menos 3 vértices estarem envolvidos é trocada pela exigência de haver pelo menos 1 vértice envolvido (ou seja, pela exigência de que k >= 2).

  (Observe que a definição acima de grafo direcionado impede arestas de um vértice para ele mesmo, ou seja, todo circuito em tais grafos envolve pelo menos 2 vértices distintos.)

  "Ciclos direcionados" são comumente chamados de "CIRCUITOS".

* LAÇO: é um ciclo que passa apenas por um vértice, e portanto possui apenas uma aresta. Da forma como definimos grafos acima, grafos não possuem laços (direcionados ou não). Tais grafos são conhecidos como GRAFOS SIMPLES. Outras definições de grafos permitem laços e/ou múltiplas arestas entre dois dados vértices; esses grafos mais gerais são os MULTIGRAFOS.

* COMPONENTE CONEXA: se G = (V,E) é um grafo não-direcionado, então uma COMPONENTE CONEXA de G é um conjunto C ⊆ V tal que:
  (1) ∀ u,v ∈ C, existe um caminho de "u" a "v" em G, e
  (2) C é MAXIMAL com relação à propriedade acima (ou seja, não existe superconjunto estrito de C que possua essa propriedade).

* GRAFO CONEXO: grafo não-direcionado que possui apenas 1 componente conexa.

* COMPONENTE FORTEMENTE CONEXA (CFC): defin. análoga à de componente conexa, substituindo-se "grafo não-direcionado" por "grafo direcionado" e "caminho" por "caminho direcionado".

* GRAFO FORTEMENTE CONEXO: grafo direcionado que possui apenas 1 CFC.

* FLORESTA: grafo não-direcionado acíclico (isto é, sem ciclos).

* ÁRVORE: floresta conexa.

* CONJUNTO INDEPENDENTE: conjunto C de vértices de um grafo G = (V,E) tal que não existe aresta e ∈ E tal que ambas as extremidades de "e" sejam vértices de "C".

* CLIQUE: conjunto C de vértices de um grafo não-direcionado G = (V,E) tal que, para todos u,v ∈ C, u != v -> {u,v} ∈ E.

* CAMINHO MÍNIMO (DIRECIONADO OU NÃO): dados um grafo G = (V,E), u,v ∈ V e um caminho c = < v_1 ... v_k > de "u" a "v", "c" é um caminho mínimo de "u" a "v" sse não existe caminho de "u" a "v" em G com menos que "k" vértices (OBSERVAÇÃO: se G for um grafo direcionado, então os caminhos mencionados nesta definição são também direcionados).

* DISTÂNCIA: dados um grafo G = (V,E) e u,v ∈ V, a distância de "u" a "v" é o número de ARESTAS de um caminho mínimo de "u" a "v" em G.

* ALCANÇAR: dados um grafo G = (V,E) e u,v ∈ V, dizemos que "v" é alcançável a partir de "u" sse existe um caminho de "u" a "v" em G (se G for direcionado, então o caminho também deve ser direcionado).

* GRAU DE UM VÉRTICE: número de arestas das quais o vértice é extremidade, num certo grafo não-direcionado.

* GRAU DE ENTRADA / SAÍDA: se G = (V,E) é um grafo direcionado e u ∈ V, então o grau de entrada de "u" é o número de arestas de G das quais "u" é o destino, e o grau de saída de "u" é o número de arestas de G das quais G é a origem.

==