

01. DEFINIÇÃO: Dadas funções f e g de \mathbb{N} (Naturais) em \mathbb{R} (reais), nós dizemos que $f = \Theta(g)$ (ou $f = \theta(g)$) sse existem constantes positivas reais c_1 , c_2 e natural positivo n_0 tais que $0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$ para todo $n \geq n_0$.

02. EXERCÍCIO: mostre que $f = \Theta(g)$ sse $f = O(g)$ e $f = \Omega(g)$.

03. OBSERVAÇÕES:

- a) A ordenação por inserção executa em tempo $O(n)$ NO MELHOR CASO, e em tempo $O(n^2)$ NO PIOR CASO.
- b) Observe que a ordenação por inserção executa, no melhor caso, também em tempo $O(n^2)$, mas não em tempo $\Theta(n^2)$.
- c) A ordenação por inserção executa em tempo $O(n^2)$. Não é correto, entretanto, dizer que esse algoritmo executa em tempo $\Omega(n^2)$.
- d) A busca linear executa em tempo $O(n)$ (logo, também em $O(n^2)$, etc). A busca linear executa em tempo $\Omega(1)$. A busca linear executa, no MELHOR CASO, em tempo $O(1)$ (logo, é também $O(\lg n)$, etc.) (Logo, a busca linear não executa em tempo $\Omega(n)$.) Logo, a busca linear executa em tempo $\Theta(1)$ NO MELHOR CASO.
- e) Considere o algoritmo trivial abaixo, que recebe como entrada um vetor de n números reais e que retorna o maior dentre os dois primeiros elementos do vetor. Se $t(n)$ é a função que informa o tempo de execução desse algoritmo, então observe que $t = O(n)$. Obviamente, $t = O(1)$ também é verdade, e portanto não é verdade que $t = \Omega(n)$, e nem que $t = \Omega(\lg n)$, etc. Também é verdade que $t = \Omega(1)$, e portanto que $t = \Theta(1)$.

```
=====  
Algoritmo: maior_dos_2_prim  
Entrada: um vetor A[1..n] de números reais, com n >= 2.  
Saída: um número real.  
-----  
01. SE A[1] >= A[2]  
02. | RETORNE A[1]  
03. SENÃO  
04. | RETORNE A[2].  
=====
```

04. DEFINIÇÃO: Dadas funções f e g de \mathbb{N} (Naturais) em \mathbb{R} (reais), nós dizemos que $f = o(g)$ sse para QUALQUER constante real positiva c , existe n_0 tal que $0 \leq f(n) < c \cdot g(n)$ para todo $n \geq n_0$.

05. EXERCÍCIO: mostre que $n = o(n^2)$, e que $n^2 \neq o(n^2)$.

06. EXERCÍCIO: mostre que, se $f = o(g)$, então $f = O(g)$.

07. EXERCÍCIO: mostre que, se $f = O(g)$, então não necessariamente $f = o(g)$.

08. EXERCÍCIO: mostre que, para qualquer função f , $f \neq o(f)$.

09. DEFINIÇÃO: Dadas funções f e g de \mathbb{N} (Naturais) em \mathbb{R} (reais), nós dizemos que $f = \omega(g)$ (ou $f = \omega(g)$) sse para QUALQUER constante real positiva c , existe n_0 tal que $0 \leq c \cdot g(n) < f(n)$ para todo $n \geq n_0$.

10. EXERCÍCIO: mostre que $n^2 = \omega(n)$.

11. Busca binária recursiva:

```
=====  
Algoritmo: busca_bin_rec  
Entrada: um vetor ORDENADO A[1..n] de números reais, e um real x.  
Saída: um natural de 0 a n.  
-----
```

```
01. RETORNE busca_bin_rec_aux(A, x, 1, n).  
=====
```

```
=====  
Algoritmo: busca_bin_rec_aux  
Entrada: (1) um vetor ORDENADO A[1..n] de números reais,  
         (2) um real x,  
         (3) um natural i,  
         (4) um natural j.  
Saída: um natural de 0 a n.  
-----
```

```
01. SE j < i  
02. | RETORNE 0.  
03. m := (i+j) div 2.  
04. SE x = A[m]  
05. | RETORNE m.  
06. SE x < A[m]  
07. | RETORNE busca_bin_rec_aux(A, x, i, m-1).  
08. SENÃO  
09. | RETORNE busca_bin_rec_aux(A, x, m+1, j).  
=====
```

12. A seguinte função limita superiormente o tempo de execução de busca_bin_rec_aux:

$t(1) = c_1$.
 $t(m) = c_2 + t(y)$, para algum $y \leq \text{ piso}(m/2)$.

13. EXERCÍCIO: mostre que $t(m) \leq c_1 + c_2 \cdot \text{teto}(\lg m)$.