

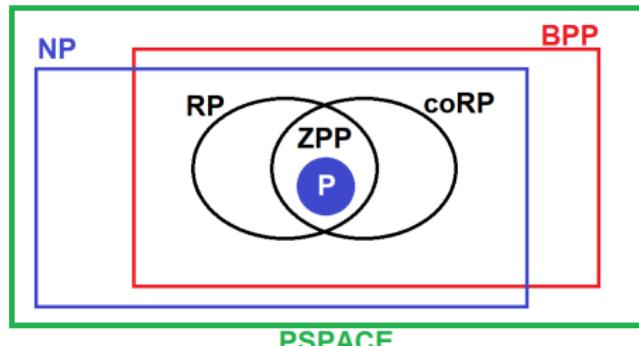
Classes Probabilísticas de Problemas de Decisão

Dados $0 \leq s < c \leq 1$, seja $PCP_{c,s}$ o conjunto dos problemas de decisão que possuem algoritmos probabilísticos de tempo polinomial tais que:

- Se instância SIM, $\mathbb{P}(\text{algoritmo retorna SIM}) \geq c$ (*completeness*)
- Se instância NÃO, $\mathbb{P}(\text{algoritmo retorna SIM}) \leq s$ (*soundness*)

Classes conhecidas

- $ZPP = PCP_{1,0}$ (Zero erro: possui algoritmo Las Vegas)
- $RP = PCP_{1/2,0}$ (Pode errar dizendo NÃO p/ instância SIM)
- $coRP = PCP_{1,1/2}$ (Pode errar dizendo SIM p/ instância NÃO)
- $BPP = PCP_{2/3,1/3}$ (Pode errar quando retorna SIM ou NÃO)



- $P \subseteq ZPP$
- $ZPP = RP \cap coRP$
- $BPP \supseteq RP \cup coRP$
- $P = ZPP ?$
- $P = BPP ?$
- $BPP = RP \cup coRP ?$

Aplicação: Verificar se tem Popular

- ▶ Elem. **popular** de vetor de tam. n : aparece mais de $n/5$ vezes
- ▶ $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, 5, 5, 5]$: O elemento 5 é popular.
- ▶ **Problema de Decisão:** Dado vetor, decidir se ele tem popular.
- ▶ **Algoritmo Monte Carlo:** Escolhe um elemento aleatório e conta quantas vezes aparece. Se for mais de $n/5$ vezes, retorne SIM. Se nenhum encontrado, retorne NÃO.
- ▶ Se NÃO (tem popular), o algoritmo sempre acerta e retorna NÃO.
- ▶ Se SIM (tem popular), o algoritmo pode errar com probab $\leq 4/5$.
- ▶ *One-sided error true biased* (acerta ao dizer SIM):
Classe RP = PCP_{1/5,0}.
- ▶ **Amplificação:** Repete 21 vezes: erro $(4/5)^{21} < 1\%$:
Classe RP = PCP_{0.99,0}