

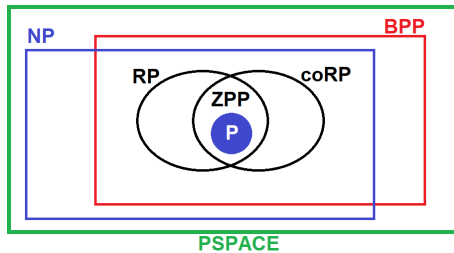
# Classes Probabilísticas de Problemas de Decisão

Dados  $0 \leq s < c \leq 1$ , seja  $PCP_{c,s}$  o conjunto dos problemas de decisão que possuem algoritmos probabilísticos de tempo polinomial tais que:

- ▶ Se instância SIM,  $\mathbb{P}(\text{algoritmo retorna SIM}) \geq c$  (*completeness*)
- ▶ Se instância NÃO,  $\mathbb{P}(\text{algoritmo retorna SIM}) \leq s$  (*soundness*)

## Classes conhecidas

- ▶  $ZPP = PCP_{1,0}$  (Zero erro: possui algoritmo Las Vegas)
- ▶  $RP = PCP_{1/2,0}$  (Pode errar dizendo NÃO p/ instância SIM)
- ▶  $coRP = PCP_{1,1/2}$  (Pode errar dizendo SIM p/ instância NÃO)
- ▶  $BPP = PCP_{2/3,1/3}$  (Pode errar quando retorna SIM ou NÃO)



- ▶  $P \subseteq ZPP$
- ▶  $ZPP = RP \cap coRP$
- ▶  $BPP \supseteq RP \cup coRP$
- ▶  $P = ZPP$  ?
- ▶  $P = BPP$  ?
- ▶  $BPP = RP \cup coRP$  ?

# Aplicação: Verificar se tem Popular

- ▶ Elem. **popular** de vetor de tam.  $n$ : aparece mais de  $n/5$  vezes
- ▶  $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, 5, 5, 5]$ : O elemento 5 é popular.
- ▶ **Problema de Decisão:** Dado vetor, decidir se ele tem popular.
- ▶ **Algoritmo Monte Carlo:** Escolhe um elemento aleatório e conta quantas vezes aparece. Se for mais de  $n/5$  vezes, retorne SIM. Se nenhum encontrado, retorne NÃO.
- ▶ Se NÃO (tem popular), o algoritmo sempre acerta e retorna NÃO.
- ▶ Se SIM (tem popular), o algoritmo pode errar com probab  $\leq 4/5$ .
- ▶ *One-sided error true biased* (acerta ao dizer SIM):  
Classe RP = PCP<sub>1/5,0</sub>.
- ▶ **Amplificação:** Repete 21 vezes: erro  $(4/5)^{21} < 1\%$ :  
Classe RP = PCP<sub>0.99,0</sub>