

**Estruturas de Dados**  
**Lista de exercícios 3**

1. Seja  $T$  uma Árvore B inicialmente vazia. Desenhe a árvore  $T$  após cada uma das seguintes operações: Inserção de 17, 16, 15, ..., 2, 1.
  - (a) Considerando que  $T$  é de ordem  $M = 3$
  - (b) Considerando que  $T$  é de ordem  $M = 4$
  - (c) Considerando que  $T$  é de ordem  $M = 5$
2. Considere as três árvores B da questão anterior. Desenhe essas árvores após cada uma das seguintes operações: Remoção de 6, 5, 4, 3, 2, 1, 12, 11, 10.
3. Faça um algoritmo que, dada a lista de adjacências de um grafo, imprima a sua matriz de adjacências.
4. Faça um algoritmo que, dada a matriz de adjacências de um grafo, imprima a sua lista de adjacências.
5. Considere o problema de receber um grafo direcionado (representado por lista de adjacências) e decidir se ele representa ou não um grafo não-direcionado. Ou seja, para toda aresta  $xy$ , é verdade que  $yx$  também é aresta? Faça um algoritmo com tempo  $O(n + m)$  para resolver esse problema, onde  $n$  é o número de vértices e  $m$  é o número de arestas.
6. Faça um algoritmo que receba um grafo direcionado  $G$  (representado por lista de adjacências) e obtenha o grafo **transposto** de  $G$ , que é o grafo obtido invertendo a direção das arestas de  $G$ . Faça isso sem gerar a matriz de adjacências de nenhum dos dois grafos, ou seja, trabalhando apenas com lista de adjacências.
7. Dado um grafo direcionado  $G$ , o **quadrado**  $G^2$  de  $G$  é o grafo direcionado tal que  $(u, v)$  é uma aresta de  $G^2$  se e só se existe um vértice  $x$  tal que  $(u, x)$  e  $(x, v)$  são arestas de  $G$ . Faça um algoritmo para obter a lista de adjacências de  $G^2$  a partir da lista de adjacências de  $G$  (sem usar matriz de adjacência).
8. Dados dois grafos direcionados  $G_1$  e  $G_2$ , o **produto cartesiano**  $H = G_1 \square G_2$  é o grafo direcionado tal que, para todo vértice  $u_1$  de  $G_1$  e todo vértice  $u_2$  de  $G_2$ , existe o vértice  $(u_1, u_2)$  de  $H$ . Além disso, existe uma aresta em  $H$  de  $(u_1, u_2)$  para  $(v_1, v_2)$  se e só se  $(u_1 = v_1$  e  $u_2 v_2$  é uma aresta de  $G_2)$  ou  $(u_2 = v_2$  e  $u_1 v_1$  é uma aresta de  $G_1)$ . Faça um algoritmo para obter o produto cartesiano de dois grafos direcionados a partir de suas listas de adjacências.
9. Dizemos que um grafo direcionado é **acíclico** se não possui um ciclo direcionado (em outras palavras, todas as suas componentes fortes tem tamanho 1). Uma **ordenação topológica** de um grafo direcionado acíclico é uma ordenação linear de todos os seus vértices de modo que, para toda aresta  $(x, y)$ , o vértice  $x$  aparece antes do vértice  $y$  nesta ordenação. Faça um algoritmo que, dado um grafo direcionado, determine se ele é acíclico e, caso seja, obtenha uma ordenação topológica dele. **Dica:** busca em profundidade.
10. Reescreva o algoritmo de **Dijkstra** considerando que os grafos são representados por matrizes de adjacências. O algoritmo deve ter tempo  $O(n^2)$  e não pode usar lista de adjacências.