



√√ **8. (combinatória)** Considere todos os subconjuntos com 5 elementos de  $\{1, 2, \dots, 12\}$ . Se ordenarmos todos esses subconjuntos por ordem crescente de índices, em quantos subconjuntos o elemento 8 aparece na posição 3 da sua ordenação?

√√ **9. (combinatória)** Quantas são as soluções de:

- (a)  $w + x + y + z = 50$ , sendo  $w, x, y$  e  $z$  números naturais?  
(b)  $w + x + y + z = 120$ , sendo  $w, x, y$  e  $z$  números naturais tais que pelo menos um deles é maior que 27?

√√√ **10. (combinatória)** Demonstre as seguintes afirmações:

- (a)  $\binom{n+p+1}{p} = \sum_{r=0}^p \binom{n+r}{r}$ . **Dica:** Stifel e indução em  $p$ .  
(b)  $\binom{n+p+1}{p+1} = \sum_{r=0}^n \binom{p+r}{p}$  **Dica:** Stifel e indução em  $n$ .  
(c)  $\binom{n+2}{p+2} = \binom{n}{p} + 2\binom{n}{p+1} + \binom{n}{p+2}$ . **Dica:** Stifel duas vezes.  
(d)  $\binom{n+3}{p+3} = \binom{n}{p} + 3\binom{n}{p+1} + 3\binom{n}{p+2} + \binom{n}{p+3}$ . **Dica:** Stifel três vezes.  
(e)  $\binom{n+4}{p+4} = \binom{n}{p} + 4\binom{n}{p+1} + 6\binom{n}{p+2} + 4\binom{n}{p+3} + \binom{n}{p+4}$ . **Dica:** Stifel quatro vezes.  
(f)  $\binom{n+k}{p+k} = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot \binom{n}{p+r}$ . **Dica:** Stifel  $k$  vezes ou indução em  $k$ .

√√ **11. (combinatória)** Determine o coeficiente de  $x^3$  no desenvolvimento de

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{99} \quad \text{e de} \quad \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{100}$$

√√ **12. (probabilidade)** Considere um experimento em que uma pessoa é selecionada e se verifique o dia de seu aniversário. Considere ainda que ninguém nasceu no dia 29 de fevereiro e que cada dia do ano tem a mesma probabilidade  $1/365$ . Qual o número mínimo de pessoas que devemos selecionar para garantir com probabilidade maior que 60% que pelo menos duas tem aniversário no mesmo dia?

√√ **13. (probabilidade)** Façamos um jogo semelhante ao de Monty-Hall. Um participante deve escolher uma porta entre 4 portas possíveis. Atrás de uma delas existe um prêmio. (a) Após fazer sua escolha, o apresentador abre 1 porta não escolhida e que não possui o prêmio, e pergunta se o participante deseja mudar sua escolha. O que ele deve fazer? Justifique. (b) E se houvessem 5 portas e o apresentador abrisse duas portas sem o prêmio? Justifique.