

Lista 2 de Probabilidade e Processos Estocásticos

1. Seja $\{X_n, n \geq 0\}$ uma cadeia de Markov com estados 1, 2, 3 dado pela matriz P abaixo, onde $P_{i,j}$ (linha i e coluna j) é a probabilidade de ir do estado i para o estado j . Seja $X'_n = \min\{X_n, 2\}$ e seja $X''_n = \max\{X_n, 2\}$. A sequência $\{X'_n, n \geq 0\}$ é uma cadeia de Markov? A sequência $\{X''_n, n \geq 0\}$ é uma cadeia de Markov? Justifique.

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Considere a seguinte matriz P e responda:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 2/5 & 1/2 & 1/10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 4/5 & 0 & 0 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Seja E_i o evento de, iniciando no estado i , a cadeia de Markov retornar ao estado i em algum momento futuro. Quem é mais provável? E_2 ou E_5 ? E_2 ou E_3 ?
- (b) Iniciando no estado 6, qual o número esperado de vezes que o processo entrará nesse estado?

3. Uma partícula se movimenta entre $n + 1$ estados que estão situados em um círculo. A cada passo, a partícula se move no sentido horário com probabilidade p ou no sentido anti-horário com probabilidade $1 - p$. Iniciando em um estado qualquer, calcule a probabilidade de, antes do primeiro retorno àquele estado, a partícula ter visitado todos os outros estados.

4. Um homem possui n guarda-chuvas que ele usa para ir da casa para o trabalho e vice-versa. Se chover no início do dia, ele leva um guarda-chuva da casa para o trabalho (se em casa tiver um). Se chover no fim do dia, ele leva um guarda-chuva do trabalho para casa (se no trabalho tiver um). Considerando que a probabilidade de chover é p (seja de manhã ou de noite), qual a probabilidade dele se molhar? Ou seja, qual a fração das viagens ele estará sem guarda-chuva?