

Matemática Discreta
Lista de exercícios 1

Cada \surd denota um nível de dificuldade: \surd fácil, $\surd\surd$ médio e $\surd\surd\surd$ difícil.

\surd 1. Denote por P a sentença “A comida é boa”; por Q a sentença “O serviço é bom”; e, por R , “A classificação é três estrelas”. Escreva as seguintes sentenças usando P , Q , R e conectivos lógicos:

1. Ou a comida é boa, ou o serviço é bom, ou ambos.
2. Ou a comida é boa, ou o serviço é bom, mas não ambos.
3. A comida é boa, enquanto que o serviço é pobre.
4. Não há o caso em que a comida seja boa e a classificação seja três estrelas.
5. Se a comida e o serviço são bons, então a classificação é três estrelas.
6. Não é verdade que três estrelas sempre significa boa comida e bons serviços.

\surd 2. Construa a tabela verdade para as seguintes sentenças:

1. $(P \Rightarrow \neg Q) \vee \neg P$
2. $(P \vee \neg Q) \Rightarrow \neg Q$
3. $P \iff (\neg P \vee \neg Q)$
4. $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

$\surd\surd$ 3. Considere a seguinte advertência feita na embalagem de um jogo:

1. Existem três sentenças nesta advertência.
2. Duas das sentenças desta advertência são falsas.
3. O incremento médio do QI das pessoas que aprendem este jogo é de mais de 20 pontos.

A última sentença é verdadeira? Escreva a argumentação de sua resposta.

$\surd\surd\surd$ 4. Um naufrago chega em uma ilha onde convivem duas tribos A e B . Todos os nativos da tribo A sempre mentem. Todos os nativos da tribo B sempre falam a verdade. Ao se deparar com um nativo, o naufrago fez a seguinte pergunta:

“Existe ouro nesta ilha?”

O nativo respondeu:

“Existe ouro na ilha se e somente se eu falo a verdade.”

Usando lógica matemática para analisar a resposta do nativo, descubra se existe ou não ouro na ilha.

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\quad}}}$ **5.** Considere as noções intuitivas que temos de reta e ângulo. Além disso, considere a seguinte definição: quando uma reta, incidindo com outra reta, fizer com esta dois ângulos adjacentes iguais, cada um desses ângulos é *reto*. Suponha que as seguintes sentenças sejam verdadeiras:

1. Coisas que são iguais à mesma coisa também são iguais entre si.
2. Se iguais forem somados a iguais, então os todos são iguais.
3. Se iguais forem subtraídos a iguais, então os restos são iguais.
4. Todos os ângulos retos são iguais.
5. É possível traçar uma reta que passe por um ponto contido numa outra reta e que faça com esta um ângulo reto.

Usando essas sentenças e implicações lógicas, mostre que as seguintes sentenças relativas à Figura 1 são verdadeiras:

1. A soma dos ângulos ABC e CBD é igual à soma de dois ângulos retos.
2. O ângulo ABC é igual ao ângulo DBE e o ângulo ABE é igual ao ângulo CBD .

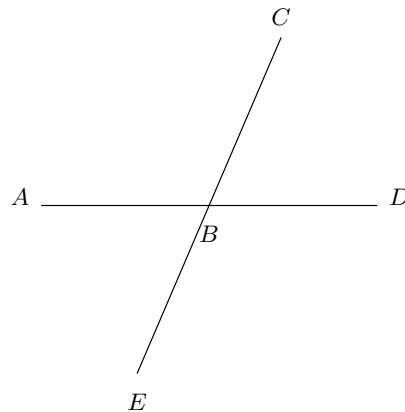


Figura 1: Duas retas que se intersectam em um ponto.

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\quad}}}$ **6.** Demonstre que não existe um conjunto X tal que $\mathcal{P}(X) \subseteq X$.

$\sqrt{\quad}$ **7.** Mostre quais das seguintes sentenças são verdadeiras quando o “ \in ” é colocado no lugar do “ $..$ ”. Em seguida, mostre quais delas são verdadeiras quando “ \subseteq ” é colocado no lugar do “ $..$ ”:

1. $\{\emptyset\} .. \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
2. $\{\emptyset\} .. \{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}\}$.
3. $\{\{\emptyset\}\} .. \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
4. $\{\{\emptyset\}\} .. \{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}\}$.

5. $\{\{\emptyset\} -- \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.

$\sqrt{\sqrt{\quad}}$ **8.** Demonstre que se $B \subseteq C$, então $\mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(C)$.

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\quad}}}$ **9.** Demonstre que não existe um conjunto ao qual pertence todo conjunto unitário, ou seja, conjunto na forma $\{x\}$. (Sugestão: mostre que a partir de um tal conjunto, pode-se construir um conjunto cujos elementos são todos os conjuntos).