

Construção e Análise de Algoritmos

Lista de exercícios 4

Data de Entrega: 25/11/2009

1.

- (a) Explique informalmente o que significa um problema ser NP-Completo. Do ponto de vista prático, qual é a relevância de se determinar que um certo problema é NP-Completo?
- (b) Para cada uma das afirmações abaixo, diga se ela é *verdadeira*, *falsa*, *verdadeira se $P \neq NP$* ou *falsa se $P \neq NP$* . Dê uma justificativa curta para cada resposta.
 - (1) Não há problemas em P que são NP-Completos
 - (2) Existe apenas algoritmo exponencial para o problema da parada
 - (3) Existem problemas em P que estão em NP
 - (4) Existem problemas em NP que não estão em P
 - (5) Se A pode ser polinomialmente reduzido a B, e B é NP-Completo, então A é NP-Completo
 - (6) Se A pode ser polinomialmente reduzido a B, e $B \in P$, então $A \in P$
 - (7) O problema do Caixeiro Viajante é NP-Completo

2. Seja $0 < \alpha < 1$ um número qualquer. Seja (α) -CLIQUE o problema de decidir se, dado como entrada um grafo G , existe uma clique com mais de αn vértices, onde n é o número de vértices de G . Prove que (α) -CLIQUE é NP-Completo.

3. Dizemos que um grafo G está parcialmente rotulado se alguns de seus vértices possuem um número inteiro como rótulo. Dado um vértice rotulado v de G , seja $r(v)$ o seu rótulo. Seja CAMPO-MINADO o problema de decidir se, dado como entrada um grafo G parcialmente rotulado, G pode ser completamente rotulado de forma que qualquer vértice v com rótulo positivo tenha exatamente $r(v)$ vizinhos com rótulo negativo. Prove que CAMPO-MINADO é NP-Completo. Dica: Imagine rótulos negativos como bombas do campo minado. Tente reduzir 3SAT para este problema: cada variável tendo dois vértices no grafo com um vizinho comum com rótulo igual a 1. Pense nas bombas do campo minado como uma atribuição de Verdadeiro.

4. No seguinte jogo de paciência, é dado um tabuleiro $n \times n$. Em cada uma das suas n^2 posições está colocada uma pedra azul ou uma pedra vermelha ou nenhuma pedra. Você joga removendo pedras do tabuleiro até que cada coluna contenha pedras de uma única cor e cada linha contenha pelo menos uma pedra. Você vence se atingir esse objetivo. Vencer pode ser possível ou não, dependendo da configuração inicial. Seja PACIÊNCIA o problema de decidir se dado um tabuleiro dessa forma como entrada é possível vencer. Prove que PACIÊNCIA é NP-Completo. Dica: Tente reduzir 3SAT para este problema: pense as colunas como variáveis e as linhas como cláusulas. Depois adicione algumas linhas e colunas inúteis para que o tabuleiro fique quadrado.

5. Dado um grafo G , uma coloração é uma atribuição de cores a seus vértices de forma que vértices adjacentes tenham cores diferentes. Seja 3CORES o problema de decidir se, dado um grafo G como entrada, G pode ser colorido com 3 cores. Mostre que 3CORES é NP-Completo.

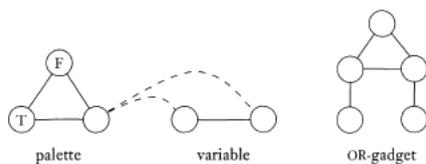


FIGURA 1. Use essas engrenagens nessa questão

OBS: Lembre-se que para provar que um problema Z é NP-Completo é preciso provar que Z é NP, é preciso mostrar uma redução polinomial genérica de um outro problema NP-Completo X para o problema Z e provar o “se e somente se” que justifica a redução.